

Planos de aulas baseadas no livro “Estatística para Cursos de Engenharia e Informática”, 4ª edição.

Os planos de aulas apresentados a seguir são uma orientação geral, baseada em nossa experiência como professores de disciplinas de Estatística oferecidas para diferentes cursos. O tempo previsto e o conteúdo podem ser adaptados conforme a carga horária da disciplina.

O conteúdo do livro é melhor desenvolvido se o curso contemplar duas disciplinas de Estatística em semestres subsequentes, com quatro horas-aula por semana. Muitos cursos tem apenas uma disciplina de Estatística, com conteúdo programático contemplados do Capítulo 1 até parte do Capítulo 9.

Os planos de aula, apresentados a seguir, coincidem com os capítulos do livro.

Plano de aula 1. Introdução à disciplina de Estatística

Objetivo: oferecer ao estudante uma visão geral de Probabilidade e Estatística através de problemas cotidianos e da área do seu curso.

Tempo mínimo: duas horas.

Pode-se iniciar perguntando aos estudantes o que eles entendem por Estatística e o que esperam estudar nessa disciplina, propiciando um ambiente propício para discussões.

Em seguida, pode-se introduzir uma visão geral da disciplina, com base em exemplos. Seguem algumas sugestões:

- Mostrar o caso de um laticínio, exemplo com dados reais descrito no início do Capítulo 3, focando a importância de organizar e descrever os dados de forma que eles fiquem mais informativos (análise exploratória de dados). Para cursos da área de informática, pode-se substituir o caso de estudo, considerando os dados do Exemplo 3.2 (seção 3.3.2) sobre o tempo de carga de um aplicativo.
- Pode continuar com o exemplo do laticínio (ou do tempo de carga de um aplicativo) para enfatizar que *dados, aleatoriedade e variabilidade* são elementos básicos no estudo da Estatística.
- Pensando em nova leitura do pasteurizador, introduzir a ideia de Probabilidade; complementando com exemplos de jogos, onde pode-se fazer a diferenciação entre Probabilidade e Estatística, no sentido de que a primeira não envolve dados observados, mas sim a questão da aleatoriedade e suposições sobre o experimento.
- Ainda com o exemplo do pasteurizador, pode-se introduzir a ideia de Intervalo de Confiança, colocando a questão de se obter um padrão da temperatura média do processo. É importante conectar as ideias de intervalos de confiança com probabilidade.
- Nessa mesma linha, pode-se apresentar a ideia de Teste de Hipótese, considerando que a temperatura mínima do pasteurizador deve ser superior a t_0 (por exemplo, $t_0 = 72$ °C) para garantir o produto sem bactérias nocivas.

- Vale a pena chamar a atenção dos estudantes para a diferença de modelos determinísticos e modelos empíricos. A seção 1.2 mostra exemplos simples desses modelos.

Julgamos interessante fechar essa primeira aula, mostrando como uma análise de dados pode ser feita com auxílio do computador, seja através de uma planilha eletrônica (Excel ou Calc), ou com o ambiente computacional livre de análise estatística, R (ver em material suplementar: *Análise Estatística no Ambiente Computacional R / R-Commander*). Observamos que a maioria dos arquivos de dados usados nos exemplos e exercícios estão disponíveis em Material Suplementar.

Plano de aula 2. Planejamento de uma pesquisa

Este assunto também pode ser apresentado em aulas futuras, após análise exploratória de dados ou, ainda, após o término dos capítulos sobre probabilidade e variáveis aleatórias.

Objetivo: mostrar ao estudante a importância de se coletar os dados de forma planejada e de acordo com o problema em estudo.

Tempo mínimo: três horas.

- Com base na Figura 3.2, mostrar aos estudantes as etapas e os cuidados que se deve ter ao realizar uma coleta de dados para resolver um problema específico; e que o pensamento da análise estatística dos dados deve estar presente desde o planejamento da pesquisa. Se possível, discutir essa figura com um exemplo da área do curso.

- Diferenciar bem alguns conceitos básicos: pesquisa observacional x pesquisa experimental; população x amostra.
- Dos tipos de amostragem descritos, enfatizar a amostragem aleatória simples, já que os métodos de inferência estatística discutidos no livro baseiam na análise de uma ou mais amostra aleatória simples.
- Em Planejamento de Experimentos (seção 2.2) o livro apresenta vários exemplos. Escolha um para servir de ilustração quando são apresentados os principais conceitos.
- Vale a pena enfatizar a importância de projetos de experimentos fatoriais, porque é comum o engenheiro querer analisar os fatores um de cada vez, procedimento pouco eficiente.

Plano de aula 3. Análise exploratória de dados

Objetivo: Mostrar ao estudante como se organiza os dados, faz tabelas e gráficos e calcula medidas descritivas. Fazer e discutir a interpretação de gráficos e medidas descritivas com exemplos da área e/ou da vida cotidiana.

Tempo mínimo: cinco horas.

- Mostrar os dados em forma matricial, sendo as linhas formadas pelas unidades de observação (ou unidades experimentais, no caso de estudo experimental) e as colunas pelas variáveis de interesse. A Figura 3.2 pode ajudar nessa discussão.
- Aproveitando o esboço do arquivo de dados (Figura 3.2), definir os tipos de variáveis conforme a forma de mensuração.

- Ensinar, com exemplos, como analisar distribuições de frequências, podendo fazer uso dos arquivos de dados disponíveis em Materiais Suplementares e a ferramenta Tabelas e Gráficos Dinâmicos do Excel ou do Calc. Pode complementar mostrando o uso do ambiente livre R, conforme orientação também disponível em Materiais Suplementares.
- Mostrar como tabelas de contingência e diagramas de dispersão são úteis para estudar de forma empírica a associação entre duas variáveis. Sugerimos mostrar a construção dessas tabelas e gráficos com os recursos computacionais citados anteriormente.
- Apresentar aos estudantes como é importante o estudo do valor central e da dispersão das observações de uma variável. O Exemplo 3.4 deve auxiliá-lo neste sentido.
- Dispende energia para mostrar a importância, o cálculo e a interpretação de medidas descritivas. O texto apresenta vários exemplos para facilitar essa tarefa.
- Não deixe de explorar os Exercícios Usando o Computador, apresentados no final do capítulo.

Plano de aula 4. Probabilidade

Objetivo: Desenvolver no estudante o raciocínio lógico e estruturado para resolver problemas que envolvem aleatoriedade.

Tempo mínimo: quatro horas.

- É importante o estudante entender que neste capítulo se está estudando fenômenos que envolvem aleatoriedade, através de modelos

matemáticos, geralmente construídos com base em suposições sobre esse fenômeno, diferente do capítulo anterior em que se estudava as observações (dados).

- Apresentar de forma precisa os conceitos básicos, exemplificando-os com situações do cotidiano ou de jogos de azar, porque o entendimento adequado dos conceitos desse capítulo é importante não só para resolver os problemas de probabilidade, mas também para entender os demais capítulos.
- A associação de intersecção de eventos com sistemas em série e de união de eventos com sistemas em paralelo são bastante úteis para estudantes de engenharia.
- O conceito de probabilidade condicional com tabelas de contingência e a regra do produto com exemplo de amostragem aleatória (exemplos 4.7 e 4.9) tornam esses conceitos mais fáceis.
- Estimulem os estudantes a resolverem bastante exercícios para desenvolverem o raciocínio com probabilidades. Nos materiais suplementares tem a solução analítica dos exercícios 23 e 32, mas o estudante deve tentar resolvê-los antes de olhar a solução. Todos os exercícios têm resposta nos apêndices do livro

Plano de aula 5. Variáveis Aleatórias Discretas

Objetivo: O estudante deve saber identificar e aplicar distribuições de probabilidade discretas, nas situações práticas em que essas distribuições são adequadas.

Tempo mínimo: quatro horas.

- Desenvolva o conceito de variável aleatória com exemplos práticos, diferenciando as discretas e contínuas. A Figura 5.2 pode auxiliar nesse entendimento.
- O estudante deve entender que as distribuições de probabilidade são construídas de acordo com as especificações e suposições do problema; e também que as distribuições de variáveis aleatórias discretas podem ser especificadas pela função de probabilidade ou pela função de distribuição acumulada.
- Os conceitos de valor esperado e variância são importantes; o exemplo 5.4 ajuda nesse entendimento.
- São apresentadas as distribuições binomial, hipergeométrica e Poisson. Atenção especial à distribuição binomial (seção 5.5) pela sua simplicidade e aplicabilidade. Se possível, usar o Excel, Calc, R ou aplicativos do celular para cálculos com essas distribuições.
- Assim como no capítulo anterior, é importante que o estudante faça bastante exercícios dessa parte da matéria. Os exercícios 24 e 28 têm solução analítica disponível em Materiais Suplementares. Os demais têm respostas nos apêndices do livro.
- Complementar com os exercícios usando o computador, apresentados no final do capítulo.

Plano de aula 6. Variáveis Aleatórias Contínuas

Objetivo: O estudante deve saber identificar e aplicar uma distribuição de probabilidade contínua, especialmente uniforme, exponencial e normal, para as situações práticas em que essas distribuições são adequadas.

Tempo mínimo: quatro horas.

- O estudante deve saber caracterizar bem uma variável aleatória contínua; as figuras 6.1 a 6.4 são úteis para isto.
- Da mesma forma, o estudante deve saber o que é função de densidade de probabilidade e função de distribuição acumulada, assim como os conceitos de valor esperado e variância. A sequência dos exemplos 6.2 e 6.3 ajudam nesse entendimento.
- São apresentadas três distribuições contínuas: uniforme, exponencial e normal, particular atenção à normal. Se a turma tem disponível o Excel ou similar, usar o computador (ou o celular) para ilustrar o uso dessas distribuições. Caso contrário, a Figura 6.4 ilustra o uso da tabela da distribuição normal padrão e o Exemplo 6.6 mostra seu uso em várias situações.
- Usar as figuras da seção 6.5 para ilustrar a convergência da binomial e da Poisson à normal. Se possível, usar Excel, Calc ou R nesse processo.
- Os exercícios 7, 16 e 19 têm solução analítica disponível em Materiais Suplementares.
- Complementar com os exercícios usando o computador, apresentados no final do capítulo.

Plano de aula 7. Distribuições Amostrais e Estimação de Parâmetros

Objetivo: O estudante deve ter clareza dos principais conceitos envolvendo amostra e população, sabendo calcular e interpretar estimativas intervalares.

Tempo mínimo: cinco horas.

- Apresentar os conceitos associados a parâmetros e estatísticas com exemplos da área; o conceito de distribuição amostral pode ser apresentado com base nos exemplos 7.1 e 7.2.
- O exemplo 7.3 é bastante útil para o estudante entender o teorema central do limite.
- Dispende bastante atenção com o cálculo e a interpretação de intervalos de confiança para média e para a proporção. As seções 7.5 e 7.6 mostram as justificativas desses intervalos de confiança, seus cálculos e como eles devem ser interpretados, com exemplos e figuras ilustrativas.
- O cálculo do tamanho da amostra deve ser apresentado com a advertência de que vale especificamente para amostragem aleatória simples.
- Os exercícios 4 e 23 têm solução analítica disponível em Materiais Suplementares.
- Complementar com os exercícios usando o computador (ambiente R), apresentados no final do capítulo.

Plano de aula 8. Testes de Hipóteses

Objetivo: O estudante deve conhecer os princípios da Estatística para testar hipóteses com base em dados empíricos, sabendo identificar um teste estatístico apropriado, fazer os cálculos e interpretar os resultados.

Tempo mínimo: cinco horas.

- Considerando que os conceitos dos testes estatísticos não são fáceis, pode-se introduzir as ideias e conceitos com base no exemplo simples de se testar se uma moeda é perfeitamente equilibrada (seção 8.2). As figuras 8.3 e 8.4 ajudam na aprendizagem desse assunto.
- É conveniente apresentar as duas abordagens descritas no livro: (1) clássica e (2) baseada em *valor-p*; a primeira porque é fundamental para se estudar o erro tipo II, a segunda porque é a maneira como os softwares normalmente apresentam os resultados.
- Sugerimos apresentar testes de uma proporção (seção 8.5) e de uma média (seção 8.6), que são comuns na literatura estatística. Os exemplos e figuras dessas seções ajudam no processo da aprendizagem.
- O estudo do poder de um teste e tamanho da amostra (seção 8.8) é um complemento bastante importante, mas é um tópico mais difícil, assim aconselhamos avaliar se a turma conseguirá acompanhar as aulas sobre esse assunto.
- O exercício 27 tem solução analítica disponível em Materiais Suplementares.

Plano de aula 9. Comparação entre tratamentos

Objetivo: Mostrar ao estudante como ele pode testar se diferentes tratamentos resultam em diferentes níveis de desempenho ou qualidade esperados, relacionando sempre a análise com o projeto do experimento.

Tempo mínimo: cinco horas.

- Antes de apresentar formalmente um teste de diferença de médias, sugerimos mostrar ao estudante que um mesmo problema muitas vezes pode ser realizado com um experimento que gera dados independentes ou um experimento que resulta em dados pareados; para isto pode-se usar o Exemplo 9.1 ou os exercícios 1 e 2.
- Desenvolver com os estudantes os testes t de amostras pareadas e de amostras independentes; os exemplos e figuras da seção 9.2 facilitam o aprendizado desses testes.
- Usar os gráficos da Figura 9.10 para o estudante entender a relação de tamanho de amostra e probabilidade de erro tipo II.
- O teste F para comparação de várias médias e análise de projetos de experimentos fatoriais nem sempre estão no programa da disciplina de estatística, mas essas técnicas são fundamentais num bom curso de engenharia. As seções 9.5 e 9.6 apresentam essas técnicas de forma bastante didática. Sugerimos, se possível, usar recursos computacionais nesses tópicos.
- Complementar com os exercícios usando o computador (ambiente R), apresentados no final do capítulo.

Plano de aula 10. Testes não paramétricos

Objetivo: O estudante deve saber que os testes apresentados no Capítulo 9 são válidos se um conjunto de pressuposições estiverem satisfeitas. O Capítulo 10 trata de testes com suposições bem mais brandas do que as exigidas para os testes t e F do Capítulo 9, tornando uma alternativa ou uma análise complementar aos testes paramétricos.

Tempo mínimo: quatro horas.

- Os testes de aderência, discutidos na seção 10.1, são úteis para quando se quiser avaliar se os dados seguem uma determinada distribuição de frequências esperadas por alguma teoria ou por uma distribuição de probabilidades.
- Mais importante é o teste de independência qui-quadrado entre duas variáveis com dados categorizados; esse teste é muito aplicado na prática.
- Apresentar os testes de Wilcoxon e de Mann-Whitney como alternativas não-paramétricas dos testes t para amostras pareadas e independentes.
- Complementar com os exercícios usando o computador (ambiente R), apresentados no final do capítulo.

Plano de aula 11. Correlação e regressão

Objetivo: O estudo do relacionamento entre variáveis é fundamental nas diversas áreas do conhecimento. O estudante deverá saber os conceitos de correlação e regressão, assim como construir um modelo de regressão, incluindo o processo de estimação, de teste de hipóteses, o diagnóstico da

qualidade do modelo ajustado aos dados, além de saber usar o modelo para fazer previsões.

Tempo mínimo: seis horas.

- A visualização das observações pareadas de duas variáveis aleatórias contínuas através de diagramas de dispersão, embora seja simples, é conveniente mostrar alguns exemplos e fazendo interpretações práticas através dos gráficos.
- Complementar com o cálculo e interpretação do coeficiente de correlação; explorar figuras 11.3 e 11.4 e o Exemplo 11.3.
- Desenvolver a regressão linear simples (seção 11.3): método dos mínimos quadrados, interpretação dos coeficientes, valores preditos, resíduos e somas de quadrados. As tabelas com cálculos podem ser feitas numa planilha eletrônica para melhor entendimento.
- Intervalos de confiança e testes de hipóteses sobre os coeficientes devem ser apresentados com exemplos da área e/ou da vida cotidiana.
- Análise de resíduos e transformações são importantes, porque em grande parte dos problemas práticos as suposições de relação linear e erros com distribuição normal e variância constante não são satisfeitas.
- Uma introdução à regressão múltipla (seção 11.6) é conveniente ser apresentada, porque normalmente uma variável resposta é afetada por mais de uma variável explicativa. É importante o estudante entender a diferença na interpretação de um coeficiente da regressão simples e da regressão múltipla.

- O uso de software é muito importante na análise de regressão e o professor pode trabalhar isto com os estudantes, podendo fazer uso da orientação ao ambiente computacional R, em Materiais Suplementares.
- Complementar com os exercícios usando o computador (ambiente R), apresentados no final do capítulo.